

שכרו של יעקב

הקדמה

במקרא מסופר באריכות איך יעקב אבינו, אחרי שעבד עבור לבן ארבע-עשרה שנה כדי לזכות בשתי בנותיו, המשיך לשרת אותו מספר שנים ועל זה קבל שכר שעשה ממנו אדם עשיר מאוד. העניין הבולט בפרשה זו הוא שתנאי שכר זה לא היו קבועים אלא תלויים בתהליכים אקראיים שלכאורה אין לאדם שליטה עליהם. מצד שני, התברר שיעקב פעל בצורה נמרצת כדי לזכות בהון מרבי, אלא שלכאורה מאמציו נראים פרימיטיביים ובלתי יעילים לאור מה שידוע לנו היום – על אף העובדה שהם נכתרו בהצלחה כבירה. הרבה נכתב על סוגיה זו, ובמיוחד פרופ' יהודה פליקס ע"ה הקדיש לנושא מאמר מפורסם הבוחן את העניין בצורה כמותית כדי להראות שגישת יעקב הייתה בעצם יעילה ונכונה. אם כן, מטרת מאמר הנוכחי מתכוון לענות לשאלות הבאות:

- מה הם העקרונות המדעיים או פסידו-מדעיים שעליהם יעקב הסתמך כדי לפעול.
 - איך ניתן להסביר את מה שהתרחש בפועל על פי מה שידוע לנו היום בתחום המדע?
 - לפרופ' פליקס גישה מעניינת ומקורית בנידון: נבחן ונבקר אותה, ובעיקר נערוך מחדש את החישובים באשר הוא פירסם תוצאות בלי להסביר איך הוא הגיע אליהן.
 - בשולי הדברים, יתברר שלסוגיה זו יש השפעה הלכתית עד ימינו אנו. אם כן, מדובר בבעייה אופיינית של תורה ומדע: באיזו מדה ניתן להסתמך בהלכה של ימינו על עקרונות מדעיים לא נכונים – על פי הידוע היום – המשתמעים מהמקרא?
- גם נשתדל להבין על בוריים את פרטי המעשה איך שסופרו במקרא, בעזרת הפרשנות המסורתית והמחקר העדכני. לשם כך, נשתדל להבין על בוריים את כל פרטיו של מעשה זה, על פי הסדר שהם מופיעים במקרא.

הצעת יעקב

לבן ביקש מיעקב לקבוע בעצמו מה יהיה שכרו. אכן, יעקב מציע את התהליך הבא, שנראה לטובת לבן:

אָעֵבֶר בְּכָל צֹאנֶךָ הַיּוֹם הַסֵּר מִשֵּׁם כֹּל שֶׁהַ נֶקֶד וְטֹלֵא וְכָל שֶׁהַ חוּם בְּכֹשְׁבִים וְטֹלֵא וְנֶקֶד בְּעֵזִים וְהָיָה שְׁכָרִי. וְעִנְתָּה בִּי צְדָקָתִי בְּיוֹם מִחֵר כִּי תָבֹא עַל שְׁכָרִי לְפָנֶיךָ כֹּל אֲשֶׁר אֵינְנוּ נֶקֶד וְטֹלֵא בְּעֵזִים וְחוּם בְּכֹשְׁבִים גָּנוּב הוּא אֲתִי. וַיֹּאמֶר לְבֹן הוּא לֹא יְהִי כִּדְבָרְךָ. וַיִּסֵּר בְּיוֹם הַהוּא אֶת הַתִּישִׁים הָעֶקְדִים וְהַטְּלָאִים וְאֵת כָּל הָעֵזִים הַנֶּקֶדוֹת וְהַטְּלָאִים כֹּל אֲשֶׁר לְבֹן בּוֹ וְכָל חוּם בְּכֹשְׁבִים וַיִּתֵּן בְּיַד בְּנָיו. וַיִּשֶׂם דָּרָךְ שְׁלֹשֶׁת מֵיָם בֵּינוֹ וַיְבִין יַעֲקֹב וַיַּעֲקֹב רָעָה אֶת צֹאן לְבֹן הַנּוֹתָרֹת (בראשית ל לב-לו).



בצאן¹ לבן שני מינים: כשבים² ועיזים³. ויעקב הציע לקחת לעצמו בכשבים כל שה נקוד, טלוא או חום, ובעיזים כל שה נקוד או טלוא. כך מסביר שד"ל: "וחום בכשבים: מלבד נקד וטלוא, בעזים נקוד וטלוא בלבד, ובכשבים טלוא ונקוד וחום."

רש"י מפרש את המאפיינים של בני הצאן כך:

"נקד": מנומר בחברבורות דקות, כמו נקודות, פוינטור"א בלעז [ניקוד].

שה עיזים

"טלוא": לשון טלאים, חברבורות רחבות.

¹ בתורה, משמעות המונחים השונים המתייחסים לבני הצאן היא כדלהלן: בכשבים, הולד הקטן נקרא "טלה", אחרי שגדל קצת "שה", הזכר הבוגר "איל", והנקבה הבוגרת "רחלה". בעיזים, הולד הקטן נקרא "גדי", אחרי שגדל קצת "שעיר", והזכר הבוגר "תיש" (ראו אנציקלופדיה מקראית ע' צאן).

² או כבש האליה, באנגלית Fat-tailed Sheep, ושם מדעי *Ovis orientalis platyura*.

³ או עז, תיש, באנגלית Goat, ושם מדעי *Capra aegagrus hircus*.

"חוס": שחוס, דומה לאדום, רוש בלעז [אדום]. לשון משנה: "שחמתית ונמצאת לבנה" (בבא בתרא ה ו), לענין התבואה.



אולם, בתיאור הסרת בני הצאן על ידי לבן מצאן שנשאר ליעקב, מופיע מאפיין נוסף: "עקודים". מה משמעו? על זה אומר הרד"ק:

זכר עקודים במקום נקודים, כי עקודים הם נקודים, אלא שעקודים רצונו לומר על נקודת היד והרגל לבד, מעניין "ויעקוד את יצחק בנו" (בראשית כב ט). כשרוצים לגזוז הצאן, קושרים אותו ביד וברגל, ונקודים כולל נקודות כל הגוף, ובא להודיע באמרו עקודים, כי לבן דקדק בהסרת הנקודים כי אפילו אותן שלא הייתה נקודתן אלא ברגלים לבד הסיר לבן מן הצאן, ואין צריך

לומר אותן שנקודתם בכל הגוף, ואחר כך כלל ואמר "כל אשר לבן בו", כל מי שיהיה שום לבנונית בו בין

יעקב ולבן ידעו היטב
 - כמו כולם - שהצאצאים דומים
 להוריהם, ולכן זו הייתה מחווה של יעקב ללבן שהוא הסכים להרחיק את כל בני הצאן בעלי הגוונים המיועדים ליעקב. אין ספק שבשלב זה לבן היה משוכנע שעשה עסק מצוין, באשר שכרו של יעקב יהיה זעום ביותר. הוא אף לא הצליח להסתיר את שביעות רצונו, כאשר אמר: "לו יהיה כדברך!"

תחבולת יעקב

אבל יעקב יזם מהלך שהיה אמור להפוך את המצב לטובתו:

וַיִּקַּח לוֹ יַעֲקֹב מִקֵּל לְבָנָה לַח וְלוֹז וְעֶרְמוֹן וַיַּפְצֵל בָּהֶן פְּצָלוֹת לְבָנוֹת מִחֹשֶׁף הַלְבָן אֲשֶׁר עַל הַמְּקָלוֹת. וַיַּצַּג אֶת הַמְּקָלוֹת אֲשֶׁר פָּצַל בְּרֶהֱטִים בְּשִׁקְתוֹת הַמַּיִם אֲשֶׁר תָּבֹאן הַצֹּאן לְשִׁתּוֹת לְנֹכַח הַצֹּאן וַיַּחְמְנָה בְּבֹאֵן לְשִׁתּוֹת (שם, לז-לח).

על אף מצבו ההתחלתי נחות, יעקב בכל זאת מצא דרך להגדיל את עדרו בצורה משמעותית: הוא הציג לפני הנקבות שבאו לשתות ממי המעיין מקלות מפוצלים למחצה, כך שבעת שהזכרים באו עליהן, מקלות אלה היו לפני עיניהן. זה גרם לכך שהנולדים היו ברובן נקודים ועקודים, כפי שמעיד הפסוק: "וַיַּחְמְנוּ הַצֹּאן אֶל הַמְּקָלוֹת וַתִּלְדְּן הַצֹּאן עֲקָדִים וְטָלָאִים" (שם, לט).

איך פועלת תחבולה זו? כך כותב הרד"ק: "כי כח הדמיון במוח והזרע תחילתו מהמוח, לפיכך ילדו לפי הדמיון". בזמנו של הרד"ק - במאה השנים-עשרה - היה מקובל כי זרע האדם היה נוצר במוחו, ומכאן השפעת דמיונו עליו. בתקופתו של שד"ל - במאה התשע-עשרה - כבר ידעו שהדבר אינו נכון, ובכל זאת הוא מסביר את העניין בצורה דומה:

וַיַּחְמְנוּ הַצֹּאן אֶל הַמְּקָלוֹת וְגו': בכח הדמיון, כמו שהוא מפורסם שהדמיון פועל בנקבות וגורם להן ללדת מעין מה שנרשם בדמיון בחוזה, ועיין Bourdach בספרו (Physiologie לייפציג 1837) שהביא כמה מעשים שהיו בדור הזה, המוכיחים בבירור כי כח הדמיון פועל על העובר, לא לבד בזמן ההריון, אלא גם קודם ההריון... ואני אחרי אשר קראתי קצת מענייני המאגניטיזמוס, וראיתי עדות אנשים חכמים מאומות שונות, אשכנזים צרפתים ואיטלקיים, חזרתי להאמין בדברים הרבה שהגידו לנו הקדמונים.

למה מתכוון שד"ל בהתייחסו ל-"קדמונים"? אמונה זו, שמה שרואה הנקבה משפיע על צורת הוולד, מופיעה אמנם בדברי חז"ל. על רבי יוחנן, שהיה יפה במיוחד, מסופר כך: "רבי יוחנן הוה אזיל ויתיב אשערי טבילה, אמר: כי סלקן בנות ישראל מטבילת מצוה לפגעו בי, כי היכי דלהו להו בני שפירי כוותי, גמירי אורייתא כוותי".⁴ רבי יוחנן נהג לעמוד במקום שעברו הנשים אחרי טבילתן במקווה, ביודעו שתזדקקנה לבעליהן, כך שהילודים יהיו יפים וחכמים כמותו. אלא שלכאורה אסור לנהוג כך, מפני שהדבר עלול לעורר את יצרו ולהוביל לאיסור אשת איש. לכן הריטב"א מבהיר כי רק רבי יוחנן - ששלט ביצרו - יכול היה לנהוג כך:

הא דאמר בפסחים (קיא ע"א) האי מאן דפגע באתתא בעידנא דסליק מטבילה אוזנתו רוח זנונים, הני מילי באיניש דעלמא ולא כרבי יוחנן שיצרו בידו, ודמיין עליה כקאקי חיורוי.

⁴ בבלי בבא מציעא פד ע"א.

והמהרש"א מקשר התנהגות זו של רבי יוחנן בצורה מפורשת לתחבולת יעקב: מסתכלין בי וניהוי להו זרעא דשפירין, ביאורו כענין המקלות אשר פצל יעקב, לפי שהטבע מוליד בהזדקקם לפי הציור בדמיונם בעת הריון כדאיתא במדרשות, ורבי יוחנן אזיל לשיטתיה בפרק המפלת דאין אשה מתעברת אלא סמוך לטבילה.

הגמרא גם מציעה להשתמש בתחבולה דומה כדי שתיוולד פרה אדומה: "אמר רב כהנא: כוס אדום מעבירין לפניו בשעה שעולה עליה זכר".⁵

המדרש אף משתמש בתכונה זו כדי ללמד זכות על אישה חשודה בזנות:

מעשה בכושי אחד שנשא לכושית אחת והוליד ממנה בן לבן. תפס האב לבן ובא לו אצל רבי. אמר לו: שמא אינו בני? אמר לו: היה לך מראות בתוך ביתך? אמר לו: הן. אמר לו: שחורה או לבנה? אמר לו: לבנה. אמר לו: מיכן שהיה לך בן לבן.⁶

ולפי המדרש, על האישה לחשוש לתופעה זו להלכה:

אמרו רבותינו, שאם טבלה אישה ועלתה ופגעה בכלב, לא תשמש את ביתה עד שתחזור ותטבול, שלא תעמיד בן שפניו דומין לכלב. וכן אם פגעה בחמור, שלבו טיפש כחמור, וכן אם פגעה בעם הארץ, אבל אם פגעה בסוס תעלה ותשמש.⁷

ועד עצם ימינו, אמונה זו נלקחת בחשבון בעניינים הלכתיים, כפי שמובא על ידי הרב זילברשטיין,⁸ שנשאל שאלה הבאה:

אישה העובדת בטיפול בילדים מיוחדים, שמראיהם מעוות מאד, וכעת היא בהריון, והיא רוצה להתפטר, כי היא חוששת מהשמועה, שמראות אלו עלולים להשפיע לרעה על עובריה, האם באמת יש עליה להתפטר, או יש בזה מצוה ו'שומר מצוה לא ידע דבר רע' (קהלת ח ה)?⁹

הרב זילברשטיין, לאחר הזכרת מה שנאמר על ידי חז"ל בנידון, וגם תחבולת יעקב אבינו, מסתמך על ספרים שונים פסידו-מדעיים כמו "ספר הברית"¹⁰, "מעשה טוביה"¹¹, ו-"התלמוד ומדעי התבל"¹² כדי לאשש אמונה זו. יחד עם זה, מסקנתו הייתה שאין לחשוש:

נראה דאף על פי שיש לכתחילה למעוברת להימנע מלראות מראות מעוותות, בכל זאת במקום מצוה מותר, משום דקיימא לן "שלוחי מצוה אינן נזוקין"¹³, פרט להיכא דשכיחא היזיקא.

אלא שלא ברור מדוע לדעתו אין חשש מצוי בנידון. הרב זילברשטיין גם התייעץ עם חמיו הרב אלישיב, והוא הפנה אותו למה שכותב המהרש"ם¹⁴ בנידון:

כשהצעת את הדברים לפני מורי וחמי מרן הגר"ש אלישיב שליט"א, אמר דבשו"ת המהרש"ם (ח"י סימן קסא) דן בדבר אישה שהרבה שנים לא ילדה, והנה הופיע קרוב אחד בביתה, ולאחר מכן הרתה וילדה בן כצורתו וכצלמו של אותו קרוב. הבעל התלונן שכח הגברא שלו נחלש, ולכאורה עלה החשד על כשרות הבן. השיב המהרש"ם... מה שהוולד דומה בצורה לאותו אורח, טעמו של דבר משום שנסתכלה בו, ולכן ילדה כצורתו.

לכן, הרב אלישיב הסיק כדלהלן:

⁵ בבלי עבודה זרה כד ע"א.

⁶ בראשית רבה (וילנא) ויצא עג י.

⁷ שכל טוב (בבב) בראשית ויצא ל לט.

⁸ הרב יצחק זילברשטיין (נולד בשנת 1934) הוא רב ופוסק הלכה חרדי ליטאי, רב שכונת רמת אלחנן בבני ברק ומומחה בענייני הלכות רופאים ורפואה. חבר מועצת גדולי התורה של דגל התורה. הוא משמש גם ראש כולל בית דוד בחולון. חמיו הוא הרב שלום אלישיב וגיסו הרב חיים קנייבסקי.

⁹ יושם לב לכך שאין השאלה היא אם יש אמת באמונה זאת, אלא אם האישה מוגנת מפני שהיא עוסקת במצווה.

¹⁰ "ספר הברית" נכתב על ידי הרב פנחס אליהו הורביץ (1765-1821). הוא חיבור תורני רחב יריעה הכולל נושאי

אמונה, הלכה, מוסר, קבלה, טבע, פילוסופיה, מדע, וטכנולוגיה. הספר נדפס לראשונה בשנת 1797 והפך מיד לרב-מכר בקרב עם ישראל. הוא משמש כמקור ואסמכתא לרבנים, פוסקי הלכות, חוקרים ומחברי ספרים, בכל רחבי העולם.

וכך כתוב שם: "אין למנוע (מנשים בהריון) דבר מפני שאם ימנע מהם יכולים על ידי כח דמיונם החזק בזמן ההוא לצייר תמונת אותו דבר בגוף הולד ולהירשם בו כתמים או בליטה שהוא שווה לתואר הדבר שנתאוהו לה, ובפרט יהיה הרושם של הולד באותו מקום בגופו, במקום שהניחה האם את ידה באותו הזמן בגופה" (ספר הברית, ווילנא 1818, חלק א, מאמר יז, עמ' קיז). המדע המודרני שולל דברים אלה מכל וכול.

¹¹ "מעשה טוביה" נכתב על ידי טוביה כהן (מץ 1652 - ירושלים 1729) רופא יהודי. הוא חיבור אנציקלופדי מקיף העוסק בתאולוגיה, אסטרונומיה, רפואה והיגיינה, בוטניקה, גאוגרפיה ועוד. חלקו השני של הספר מוקדש לחכמת הרפואה.

¹² נכתב על ידי הרב יקותיאל אריה קמלהאר (1871-1937) שהיה ראש ישיבה, רב וסופר יהודי-פולני. הוא כיהן כרב בקהילות ריישא וקארטשין וכראש ישיבה בסטניסלב (פולין).

¹³ בבלי פסחים ח ע"ב.

¹⁴ רבי שלום מרדכי הכהן שבדרון, (גליציה 1835-1911).

אם האחות לא שמה לב, ואינה חוששת מהמראות, תמשיך בעבודתה ושלוחי מצוה אינן נזקין. אולם אם חוששת מהמראות, החשש גופא יכול להשפיע, ותתפטר. וכמו שאמרו חז"ל בפסחים (קי ע"ב) מאן דקפיד קפדי בהדיה.¹⁵

ברם, היום ידוע שאין כל השפעה במה שעובר על האישה על וולדה. לפי שד"ל, כבר: בשנת 1727 קם רופא אחד, Blondel שמו, והדפיס בלונדון ספר בלשון אנגלית¹⁶, בו נלחם נגד האמונה המפורסמת בעניין יכולת כח הדמיון לפעול בנשים ההרות על הילדים אשר בקרבן, והוא בספרו התעורר גם כן לפרש ספור מקלות יעקב, ואמר כי לא בקש יעקב בתחבולתו זאת שהצאן על ידי ראיית המקלות תלדן כמראה המקלות, רק היתה כוונתו שבהיות המקלות ההם לעיני הצאן בעת ייחם, תדבק נפשם בגוונים ההם, וכשתבאנה להיזקק לזכר תבחרנה הזכרים אשר מראיהם כמראה המקלות... ועל ידי זה תלדן נקודים וטלואים, כי היו הילודים דומים לאבותיהם. והביא הרופא הנ"ל סיוע לדבריו ממה שכתוב "ויהי בעת ייחם הצאן ואשא עיני ואראה והנה העתודים העולים על הצאן עקודים נקודים וברודים, ויאמר שא נא עיניך וראה כל העתודים העולים על הצאן עקודים נקודים וברודים", הרי מפורש כי לא כח הדמיון היה הגורם, אלא מראה האבות הוא הגורם.

נמצאנו למדים מכל מה שנאמר לעיל:

- לכאורה, יעקב האמין כי מראות חיצוניים בזמן הזיווג אמורים להשפיע על צורת הוולד, באשר אמונה זו שימשה כבסיס "מדעי" במאמציו להרבות את הונו.
 - גם חז"ל והפרשנים המסורתיים אימצו אמונה זו, שהייתה רווחת בעולם כולו עד התקופה המודרנית, ועובדה היא שאף פוסקים בני דורנו ממשיכים להחזיק בה.
 - היום, ידוע מעל כל ספק כי אין שחר בטענה זו, ואם כן מתעוררת בעיה פרשנית: אולי אין מקום להתפלל על כך שיעקב לא ידע את מה שידוע למדענים של תקופתנו, אבל איך ניתן להסביר את הצלחתו הכבירה של יעקב? ההסבר של בלונדל, שמובא על ידי שד"ל, נראה פתטי בלשון המעטה.
- עלינו אפוא למצא הסבר אחר להצלחתו הכבירה של יעקב. אולם יש קודם כל להבין צעד נוסף שיעקב נקט בו, כדלהלן.

ההבדל בין עטופים לקשורים

מתברר כי לא תמיד יעקב השתמש בתחבולה זו, והוא הבחין בין "העטופים" ל-"קשורים":

וְהָיָה בְּכָל יַחַם הַצֹּאן הַמְקֻשָּׁרוֹת וְשֵׁם יַעֲקֹב אֶת הַמְקֻלוֹת לְעֵינֵי הַצֹּאן בְּרִהְטִים לְיַחְמָנָה בְּמֻקְלוֹת. וּבְהֶעֱטִיף הַצֹּאן לֹא יִשִּׂים וְהָיָה הָעֵטָפִים לְלֶבָן וְהַקְּשָׁרִים לְיַעֲקֹב (שם, מב).

הפסיקתא זוטרותא מבארת את הדברים כדלהלן:

כשהיו באות עטופי הצאן, הם החלשות, עטופים עילופים, שמשים ראשו בין ברכיו ומתעלף, והוא הצאן החלש, ולא היה משים המקלות בזמן ששותות הצאן החלשות, כי אם בזמן שמתייחמות הצאן הבריאות, לכך נאמר "ובהעטיפי הצאן לא ישים, והיה העטופים ללבן והקשורים ליעקב". דבר אחר: כשהיו מולידים בפעם ראשון, אז היה משים המקלות, אבל ובהעטיפי הצאן, כשהיו מולידים בפעם שני, והיה העטופים ללבן, כלומר שהיו נולדים בפעם שני היו ללבן, והקשורים ליעקב, אותם שהיו נולדים בפעם ראשון היה ליעקב.

זאת אומרת שיעקב ביכר את רבייתם של בני הצאן החזקים והבריאים ביותר, כך שעדרו הפרטי יכיל רק כאלה.

ברנר הציעה הסבר אחר: לדעתה, "הקשורים" הם בני הצאן המנוקדים, בניגוד ל-"עטופים" שצבעם אחיד, ונראים כעטופים בצבע לבן או חום. יעקב פעל כך מפני שהוא בעיקר מעוניין בייחוס הצאן המנומר שממנו יגדל עדרו הפרטי.¹⁷

הצלחת יעקב

¹⁵ חשוקי חמד בבא מצייעא פד ע"א.

¹⁶ The strength of imagination in pregnant women examin'd: and the opinion that marks and deformities in children arise from thence, demonstrated to be a vulgar error, London 1727, by Blondel, James Augustus, approximately 1666-1734.

¹⁷ עתליה ברנר, "עטופים" ו-"קשורים": בראשית ל מא-מב, בית מקרא כד (תשל"ט), עמ' 77-80.

בכל אופן, יעקב הצליח בגדול, והמקרא מעיד עליו שהוא מאוד התעשר: וַיִּפְרֹץ הָאִישׁ מְאֹד מְאֹד וַיְהִי לוֹ צֹאן רְבוֹת וַשְּׂפָחוֹת וַעֲבָדִים וּגְמָלִים וְחֲמָרִים (שם, מג).

דברי יעקב לנשותיו

בהמשך, יעקב קורא לנשותיו בשדה, ומספר להם את מקור עושרו, אלא שלכאורה דיווח זה איננו תואם את מה שסופר עד כה:

וַיֹּאמֶר לָהֶן רָאָה אֲנֹכִי אֶת פְּנֵי אֲבִיכֶן כִּי אֵינְנִי אֵלִי כְּתַמֵּל שְׁלֹשׁ וְאַלְהֵי אָבִי הָיָה עִמָּדִי. וַאֲתַנְּהוּ וְדַעְתֶּן כִּי בְּכָל כַּחַי עֲבַדְתִּי אֶת אֲבִיכֶן. וְאַבִּיכֶן הִתֵּל בִּי וְהַחֲלֹף אֶת מִשְׁכַּרְתִּי עֲשֶׂרְת מָנִים וְלֹא נָתַנּוּ אֱלֹהִים לְהִרְעֵ עִמָּדִי. אִם כֹּה יֹאמֶר נְקֻדִים יְהִיָּה שְׂכָרְךָ וַיִּלְדוּ כָּל הַצֹּאן נְקֻדִים וְאִם כֹּה יֹאמֶר עֲקָדִים יְהִיָּה שְׂכָרְךָ וַיִּלְדוּ כָּל הַצֹּאן עֲקָדִים. וַיִּצַּל אֱלֹהִים אֶת מִקְנֵה אֲבִיכֶם וַיִּתֶּן לִי. וַיְהִי בַעַת יַחַם הַצֹּאן וְאִשָּׁא עֵינֵי וְאָרָא בְּחֹלוֹם וְהִנֵּה הַעֲתָדִים [רד"ק: התיישים¹⁸] הַעֲלִים עַל הַצֹּאן עֲקָדִים נְקֻדִים וּבְרָדִים. וַיֹּאמֶר אֵלַי מְלֶאֶךְ הָאֱלֹהִים בְּחֹלוֹם וַיִּקְרָב וַאֲמַר הִנְנִי. וַיֹּאמֶר שָׂא נָא עֵינֶיךָ וּרְאָה כָּל הַעֲתָדִים הַעֲלִים עַל הַצֹּאן עֲקָדִים נְקֻדִים וּבְרָדִים כִּי רָאִיתִי אֶת כָּל אֲשֶׁר לָבֶן עֹשֶׂה לָּךְ (שם לא ה-יב).

יעקב אומר אפוא לנשותיו את הדברים הבאים:

(1) ה' בא לעזור לו, כך שלכאורה זאת אומרת כי תחבולת המקלות לא הייתה הגורם העיקרי בשגשוג צאנו.

(2) מצדו יעקב מילא את החוזה עם לבן, עבודתו הייתה נאמנה.

(3) תנאי שכרו הוחלפו על ידי לבן פעמים רבות. הרשב"ם מציין כי אין להבין את המונח "עשרת מונים" כמשמעו דווקא, אלא "הרבה מניינים". כך גם הרד"ק, אלא שהוא מביא גם את דברי אביו שהבין את הדברים כמשמעם, כדלהלן:

עשרת מונים: פעמים, ואמר עשרת לפי שהוא סוף אחדים וראש העשיריות, לפיכך בא לשון רבוי המספר בזה השם בסתם, ורצונו לומר פעמים רבות, וכן "ואפו עשר נשים" (ויקרא כו כו) והדומים להם. ואדוני אבי ז"ל פירש עשרת דווקא, כי שש שנים עבד בצאנו, שנה הראשונה ראה בלידה כי היה חלקו של יעקב רב, והחליף משכורתו, ומכאן ואילך בכל שנה ושנה שני פעמים, כי שני פעמים יולדות הצאן בכל שנה הרי בארבע שנים שמונה פעמים, ובראשונה פעם אחת ובאחרונה פעם אחת הרי עשרה.

אמנם אין המקרא מספר על השינויים האלה בעניין החוזה שבין לבן ליעקב, אבל הרמב"ן מבהיר שהמקרא נוהג שלא לספר את הכול: "זה היה אמת, ואם לא ספרו הכתוב מתחילה... וכה במקומות רבים בתורה". הרמב"ן גם משער מה היו ההחלפות האלה: "כי מתחילה נתן לו שני המראות נקודים וטלואים, גם החום בכשבים, וחזר בו לתת מראה אחד, והיה מחליף אותו בכל שנה". וכן אור החיים: "הגם שתנאי הראשון היה שייטול נקודים וטלואים, לא עמד בדבר אלא אחת מהנה הסכים לתת לו".

(4) בשלב זה, המקלות כבר לא היו יעילים, כפי שכותב אור החיים: "דבר זה לא היה לצד השתדלות יעקב אלא כי מה' היתה לו", ועובדה היא שאין יעקב מספר עליהם לנשותיו, אלא זכה להתערבות אלוהית בשגשוג צאנו, כפי שהוא ראה בחלום. יתירה מזו: המדרש¹⁹ יודע לספר שלבן דאג לשנות את התנאי בזמן שהנקבות כבר היו הרות, כך שאם יעקב מצא דרך כלשהו להרבות צאנו בהתאם לתנאי שנקבע, שינוי אותו תנאי אחרי שהיו הרות היה גורם לו הפסד משמעותי. אלא שה' ציפה את השינוי ודאג - דרך מלאכיו - להוביל את הזכרים התואמים את החלטת לבן המאוחרת, באשר "אם כה אמר אין כתוב כאן, אלא אם כה יאמר".

יש כאן גוון שלא הוזכר קודם לכן: "ברוד". כך הפירוש "הדר זקנים" על התורה מסביר אותו: "מגזרת ברד שהבהמות מנומרות כברד גדולים ורחבים". ורש"י: "כתרגומו ופצחין, פיישי"ד בלע"ז [מנומש], חוט של לבן מקיף את גופו סביב, חברבורת שלו פתוחה ומפולשת מזן אל זן, ואין לי להביא עד מן המקרא".

¹⁸ וכן כותב הרמב"ן: "התישים והאילים יקראו עתודים, כי כל גדול בצאן יקרא כן, אף בגדולי האנשים, "כל עתודי ארץ" (ישעיה יד ט)."

¹⁹ בבראשית רבה עד ג.

בכל אופן, נמצאנו למדים שתחבולת יעקב לא פעלה, ובמקומה יעקב זכה בסיוע מיוחד מאת הקב"ה. אם כן, נפתר הקושי שהובא לעיל, בעניין אי-יעילותה של תחבולת יעקב. יחד עם זה, אין להתפלא על כך שיעקב האמין שהיא תעבוד, הרי הוא פעל על פי מה שהיה מקובל בתקופתו - וגם בעולם כולו עד המאה השמונה עשרה - כך שהדברים מובנים היטב. יש רק לברר באיזה אופן ה' התערב לטובת יעקב. להבנת העניין עלינו לבאר את העניינים על פי מה שידוע לנו היום בחוקי התורה.

חוקי מנדל²⁰

כל תכונה פיזיולוגית בקרב בעלי החיים נקבעת על ידי זוג של גנים שקבל משני הוריו, אחד מהאב ואחד מהאם. ואם שני גנים אלה שונים זה מזה, בהכרח יהיה גן אחד "דומיננטי" והשני "רצסיבי", כך שתכונת הצאצא תיקבע על ידי הגן הדומיננטי. כל אחד משני ההורים מעביר לצאצאיו חצי מכמות הגנים שהוא נושא, אולם לא תמיד את אותם גנים בדיוק. מכאן, שצאצאים שונים של אותו זוג הורים מקבלים מההורה גנים שונים ולכן יהיו שונים האחד מהשני. גן אחד יהיה הדומיננטי ויכתוב לצאצא את תכונתו, ואילו השני יהיה רדום, רצסיבי, אולם יוכל לעבור בתורשה לדור הבא.

משתי התכונות "חלק" ו-"טלוא", ידוע כי התכונה "חלק" דומיננטית ואילו "טלוא" רצסיבית. אם כן, מבעלי חיים חלקים יכולים לצאת טלואים, ואין ספק שיעקב ידע את זה מניסיונו האישי כרועה צאן, אף אם לא ידע איך הדברים מתנהלים באופן מדויק²¹. רק שהוא עשה מחווה ללבן ומסר לו בהתחלה את כל הטלואים, וייעד לעצמו רק את אלה שיוולדו טלואים בהמשך. חשבון פשוט מראה כי הם מהווים רק אחוז קטן מסך הכל בעלי חיים שיבואו לעולם²². אם כן, אם מבינים את הסיפור לפי רש"י - וזה פשוטו של מקרא - יעקב אבינו שהאמין שמראה עיניהן של הנקבות אמור להשפיע על תכונות צאצאיהן השתמש בתחבולת המקלות כדי להגדיל את אחוז הטלואים. ברם, הקב"ה כביכול ידע שזה לא נכון, ולכן הוא התערב בכך שהזכרים הטלואים שהיו בידי לבן הובאו על ידי המלאכים והזדווגו עם הרחלות שהיו בידי יעקב, דבר שהעלה את אחוז הטלואים בצורה משמעותית.

חוק און-יתר

ברם, יהודה פליקס²³ לא הבין את העניין כך²⁴. לדעתו, יעקב אבינו ידע שבני הצאן החלקים יכולים להיות או הומוזיגוטים (חח), או הטרוזיגוטים (חט), וכי מהומוזיגוטים כאלה לא יכול לצאת שום צאצא טלוא. לכן הוא הגיע למסקנה שעליו לעודד את רבייתם של הטרוזיגוטים, אלא שלכאורה אין כל אפשרות להבחין ביניהם, היות ומבחינה חיצונית כולם חלקים. אולם, הפתרון לבעיה זו היה להשתמש בתכונה נוספת, שיעקב ידע עליה, המכונה "תכונת און-יתר", שתבואר להלן.

הרי יש ליישב את הסתירה לכאורה בין מעשי יעקב לבין מה שסיפר לנשותיו. לפי פליקס, יעקב ידע שאין בתחבולת המקלות כל תועלת, ומטרתו בשימוש בה הייתה רק לתת רושם ללבן שהוא נוהג כמו כל הרועים:

²⁰ גרגור מנדל היה ביולוג ונזיר אוגוסטיני. על חלקו בגילוי וניסוח חוקי התורה הראשונים, זכה לכינוי: "אבי הגנטיקה". מנדל פרסם את מחקריו על האפונה בשנים 1865-1866 אך לא ניתנה להם תשומת לב בקהילה המדעית. הם התגלו מחדש בשנת 1900.

²¹ זה כל מה שניתן לטעון, ואין לקבל לדעתי את טענת פרופ' פליקס (במאמרו שיצוטט להלן), הכותב: "מנדל לא היה הראשון שגילה את כללי התורה... אפשר שנשתכחה תגלית דומה מלפני 3500 שנה כמעט, משנעשתה על ידי רועה צאנו של לבן הארמי - הוא יעקב אבינו".

²² ראו נספח 2.
²³ פרופ' יהודה פליקס (פולין 1922 - ירושלים 2005) שימש כראש המחלקה ללימודי ארץ ישראל באוניברסיטת בר-אילן. היה חבר האקדמיה ללשון העברית, כתב ערכים רבים העוסקים בסוגי צמחים ובעלי חיים באנציקלופדיה תלמודית, באנציקלופדיה חקלאית ובאנציקלופדיה יודאיקה. הוא פרסם מאמרים רבים ו-18 ספרים. הוא זכה בפרס רמת גן לחכמת ישראל בשנת 1964 ובפרס בן צבי בשנת 1980. הוא נחשב לאחד מגדולי חוקרי הריאליה המקראית והתלמודית בדורנו.

²⁴ ראו יהודה פליקס, תורה וסביבה במעשה יעקב בצאן לבן, תחומין ג תשמ"ב. יהודה פליקס הכניס מאמר זה בספרו "טבע וארץ בתנ"ך", פרקים באקולוגיה מקראית", הוצאת ראובן מס, ירושלים תשנ"ב, תחת אותה כותרת (עמ' 27-40).

לכאורה מן הכתוב יוצא שיעקב הניח כיסוד למעשהו, שיש בכוח הסביבה להשפיע על צורת העובר לעתיד... הרי שהסתכלות הצאן בפצלות שבמקלות הביא אותן להמלטת ולדות עקודים, נקודים וטלואים. אולם לפי פירוש זה קיים הקושי, ששעה שסיפר יעקב לנשותיו על מעשהו, לא הזכיר כלל את ענין המקלות. את הצלחתו תלה בהיגלותו של מלאך ה' לפניו... כלומר לא המקלות המפוצלים הועילו כאן, כי אם הדברים שהורה לו המלאך. אנו נציע להלן את הרעיון, שבחלומו זה נתגלה ליעקב סוד חוקי התורשה, שבעזרתו הגיע לרכושו הרב. עניין המקלות שפיצל והניחם לפני הצאן לא בא כנראה אלא להרגיע את לבן, ולהזכיר לו שאין יעקב מתכוון אלא לנהוג בדרך הרגילה והידועה של הרועים, שהיו סבורים שיש בה כדי להשפיע על תדירות הופעת הכתמים החומים בכבשים הלבנים, והכתמים הלבנים בעזים השחורות. זו היתה צורת טיפול לגיטימית שלבן לא יכול היה להתנגד לה, מה גם שידע שטיפול זה אינו אלא פולקלור של הרועים, שאין בו לשנות הרבה את הרכב הצבעים של הצאן.

אם כן, מה באמת עזר לו להרבות בכבשים טלואים? פליקס טוען שהמלאך קודם כל גילה ליעקב דבר ראשון שיש בידי זכרים חלקים בעלי חיים הטרוזיגוטים שבכוחם להוליד טלואים:

אמנם למראית עין ההדיוט כל העתודים הם חלקים. אבל לאמיתו של דבר נסתרת בתוכם התכונה הרצסיבית-נכנעת של הטלוא. עליך רק לגלות בין הלבנים אותם בני המכלוא ורק להם עליך לאפשר להקים ולדות עם בני המכלוא, ומתוכם ייוולדו לך צאן טלואות.

אם כן, איך ניתן להבחין בין ההומוזיגוטים לבין ההטרוזיגוטים?

באותה שעה נתגלה ליעקב, מלבד כללי התורשה, חידוש נוסף, שעמדו עליו רק בדורנו, והיא התופעה של ההטרוזיס או "און-יתר להטרוזיגוט". כלומר שבני-מכלוא עשויים לגלות תכונות של פוריות יתירה לעומת ההומוזיגוטים-הטהורים (לחקלאים בימינו ידועה תופעה דומה של "און בני המכלוא", בתירס ובגידולים אחרים, שבני מכלוא מזנים שונים מניבים יבול גבוה יותר מן הזנים הטהורים. במקרה שלפנינו, המדובר בהטרוזיגוטים ולא בגזעים שונים). הרי שאותן הצאן שנשאו בתוכם את הגנים לחלק ולטלוא (חט), אף שלמראית עין היו דומים לחלקים הטהורים (חח), גילו תכונות של פוריות נוספת שמצאה את ביטויה באון הזכרים ובהתייחסות מוקדמת יותר של הנקבות. יעקב דאג אפוא שאותם זכרים יכליאו את הנקבות, ועינו החדה של הרועה הוותיק לא הכזיבה אותו בכך. וכאמור, כדי שלבן לא יחשוד בו, שאין הוא נוהג כמנהג הרועים עשה כמוהם... אולם הוא עשה כן רק בצאן "המקושרות"... ואף בין הזכרים גילה יעקב את אלה שלהם און-היתר והכליאים אלו באלו. בדרך זאת הכליא יעקב רק את המעורבים. אלה ילדו לו ליעקב כבר בדור הראשון צאן טלואות.

התורה ממשיכה: "ובהעטיפ הצאן לא ישים, והיו העטופים ללבן והקשורים ליעקב"... העטופים היו אפוא החלושים שלא גילו "און-יתר". יעקב היה בטוח שאותם "עטופים" הנם טהורים (חח) ואין כל סיכוי שיילדו או יולידו ולדות טלואים. הוא מיהר אפוא והחזירם ללבן... יוצא אפוא שלמעשה נשארה לצורך ריבוי אצל יעקב רק מחצית העדר הכולל של לבן, וכולם היו חלקים למראית עין אבל מבחינה גאנוטיפית היו מעורבים (חט). מאלה התכונן יעקב להקים את עדרו הפרטי על טהרת הטלוא.

ובצורה הזאת יעקב השיג תוצאות מרשימות. כך מסיק פליקס אחרי שהוא חישב את התועלת שיעקב הפיק מידיעת תכונת און-יתר²⁵:

בידי יעקב נותרו אפוא 39% מהעדר שרעה, אחוז גבוה זה ודאי שלבן לא שיערו ולא יכול היה יעקב להגיע אליו אלא בזכות התגלית של און-היתר, שעל ידיה למד להבחין בין החלקים הטהורים (חח), שמסרם ללבן ובין ההטרוזיגוטים (חט), מצאצאיהם הקים את עדרו.

נמצאנו למדים כי לפי פליקס:

- (1) יעקב ידע שאין כל תועלת במקלות. הוא נהג כך כדי לתת רושם שהוא נוהג כמו יתר הרועים. לכן אין סתירה בין הסיפור המקראי על המקלות לבין מה שהוא סיפר לנשותיו.
- (2) המלאך גילה ליעקב שני חוקים: הראשון הוא שיש להבחין בין בני הצאן הומוזיגוטים לבין ההטרוזיגוטים, זאת אומרת שרק מההטרוזיגוטים יכולים לצאת טלואים. והשני שלמעשה ניתן להבחין בהם על ידי תכונת און-יתר.

²⁵ ראו נספח 1. הצלחתי - בעזרתה הנדיבה של גבי ברכה רוזיצקי - לשחזר את חישובי פרופ' פליקס ולהביע אותם בצורה מתמטית. למרות כל מאמציי, לא הצלחתי לעשות זאת לגבי הממצאים של הטבלאות I ו-III. הרי פרופ' פליקס לא מרבה בהסברים מתמטיים, וקשה לשחזר אותם. תודתי תהיה נתונה לכל מי שיוכל לעזור לי בנידון.

- (3) על פי מידע זה, יעקב החזיר ללבן כל בני הצאן שהתבררו כהומוזיגוטים.
 (4) בזכות אסטרטגיה זו, יעקב הצליח להרבות את עדרו הפרטי בצורה משמעותית.

ביקורת הצעתו של פרופ' פליקס

יש להעיר על טענות אלה מספר הערות:

- (1) הטענה שיעקב ידע שאין תועלת במקלות לא מתקבלת על הדעת. עולה מפשוטו של מקרא שהוא כן האמין כמו כולם - וכך זמן רב אחריו - שזה עוזר. מה שהתגלה לו בחלום הוא שהקב"ה בחר כדי לעזור לו באמצעי אחר, כאשר התערב בכך שהמלאכים הביאו על הרחלות בני צאן טלואים מעדרו של לבן, דבר שיש בו תועלת על פי הידוע לנו היום.
- (2) אין כל ספק שיעקב ידע מניסיונו - כמו הרועים האחרים - שמבני צאן חלקים יכולים להיוולד טלואים. בלי להכיר את חוקי מנדל, זה דבר שנוכחו לדעת על פי מה שראו. אם לא היו יודעים זאת, אין כל משמעות להסכם שנחתם בין לבן ליעקב, אחרי שהוציאו מהעדר המשותף את כל בני צאן הטלואים.
- (3) יש קושי לקבל את הטענה שהיה ניתן להבחין בין הומוזיגוטים לבין הטרוזיגוטים על פי קלות הייחוס של בני הצאן. און-יתר או און כלאיים (Heterosis או באנגלית Hybrid Vigor) הוא אמנם תופעה שבה בן-כלאיים בין אוכלוסיות, זנים, גזעים, תת-מינים או אף מינים שונים הוא בעל ביצועים טובים משל כל אחד מהוריו "טהורי הגזע", בתפקוד או בתכונה ביולוגית כלשהם, אבל לא דווח על פוריות יתר של הטרוזיגוטים.
- (4) לא מובן מה הייתה התועלת להחזיר ללבן את בני הצאן ההומוזיגוטים. כל מה שניתן לומר הוא שיעקב לא היה מעוניין להחזיק בהם ולדאוג לרווחתם, באשר בהכרח יולדו מהם בני צאן חלקים. אבל אין בזה כדי להרבות בבני צאן טלואים. העברה זאת גם לא מופיעה בטקסט המקראי.

מצד שני, הסברו של פליקס פותר שאלה אחרת: לפי פירוש רש"י, הקב"ה כביכול נקט במעשה שהוא בעצם הפרת ההסכם בין לבן ליעקב, שעל פיו יהיו שייכים ליעקב רק בני הצאן הטלואים שיוולדו אחרי שכל הטלואים הורחקו מעדרו של יעקב. יחד עם זה, הפרשנים שמו לב לקושי זה, והם השתדלו ליישב אותו בצורה אחרת. ספורנו ואלשיך שמו לב שבהצעתו - שהתקבלה על ידי לבן - יעקב ביקש להפריד רק את בני הצאן הצעירים: "הסר משם כל שה". לבן הסכים, אבל הוציא גם את המבוגרים: "ויסר ביום ההוא את התישים". וספורנו מציין: "אחר שאמר יהי כדברך שנה טעמו והסיר ביום ההוא קטנים וגדולים". לכן התערבותם של המלאכים באה רק להחזיר את המצב כפי שסוכם בין לבן ליעקב, כפי שכותב אלשיך:

לא היה תנאם להסיר מצאן לבן העתודים המנומרים, רק הקטנים של שנה שעברה בל יתחלפו בנולדים בשנה זו, ולבן הסיר את הגדולים בל יולדו עקודים נקודים כו' כמותן, על כן מה עשה הוא יתברך? שלח מלאכיו, והיו מביאים אותם מעדר בני לבן או דמותם. וזהו העתודים העולים עקודים נקודים וברודים. ועל מה עשה ה' ככה? לזה אמר כי אמר ראיתי את כל אשר לבן עושה לך, שהוא מה שאמרנו שלקח הוא הגדולים.

עריכת החישובים על פי הפרופורציות

בחרתי לחזור על החישובים של פליקס²⁶, אולם בצורה שונה שנראית לי יותר: במקום לחשב מספרים מוחלטים, העדפתי להתייחס לפרופורציית כל אחת משלוש הקטגוריות: הומוזיגוטים חלקים, הומוזיגוטים טלואים, והטרוזיגוטים. בדומה למה שעשה פליקס, לא הבחנתי בין סוגים שונים של טלואים. החישובים יצאו יותר פשוטים, ויהיה קל יותר להשוות בין האסטרטגיות השונות, כדלהלן:

- (1) משאירים את העדר כמות שהוא.
- (2) אסטרטגיה שניה (טבלה I במאמרו של פליקס): יעקב יודע את הכלל און יתר, ומרחיק באופן שיטתי את בני הצאן הומוזיגוטים חלקים (חח).
- (3) אסטרטגיה שלישית (טבלה III): יעקב אינו יודע את הכלל און יתר, ומפריד באופן שיטתי בין טלואים לחלקים.

²⁶ ראו נספח 2.

4) אסטרטגיה רביעית (טבלה II): יעקב יודע את הכלל און יתר, מרחיק באופן שיטתי את בני הצאן הומוזיגוטים חלקים (חח), וגם מפריד בין טלואים לחלקים. המסקנה ברורה: כפי שפליקס חישב, האסטרטגיה הרביעית היא המשתלמת ביותר. אלא שמדובר בפרופורציות, ולא במספרים מוחלטים. והפרדת סוגים שונים של בני צאן מן הסתם גרמה לכך שסך-הכול בני הצאן המעורבים יצא קטן יותר, כך שזה מנמיך את מספר הלידות. מצד שני, המלטתם של בני הצאן דורשת עבודה וטרחה, ויעקב היה לבד לטפל בהם, ולכן היה מוגבל במספרם. לכן יש הגיון להתייחס בפרופורציות, בהנחה שהוא דאג לכך שסך הכול ההמלטות היה פחות או יותר קבוע, זאת אומרת מקסימום ההמלטות שהיה יכול להוציא בכוחות עצמו.

סיכום

אין ספק שההצעה של פליקס היא מעניינת ביותר, ושמשקנותיו נכונות. אולם, כאמור, אין בה כדי להבין את הדברים על פי פשוטו של מקרא. כאמור, נראה יותר להבין את הדברים כדלהלן: בהתחלת הניסוי, יעקב הוציא מעדרו את כל הטלואים ומסר אותם ללבן. ברם, הוא ידע שמבני הצאן החלקים יכולים לצאת טלואים, אבל מעט, והוא החליט להשתמש במקלות כדי להרבות את עדרו הפרטי. מהפסוק: "וְהַכְּשָׁבִים הַפְּרִיד יַעֲקֹב וַיִּתֵּן פָּנֵי הַצֹּאן אֶל עֶקֶד וְכָל חוּם בְּצֹאן לָבָן וַיֵּשֶׁת לוֹ עֶדְרִים לְבָדוֹ וְלֹא שָׁתָם עַל צֹאן לָבָן" (שם ל מ), עולה שהוא הפריד את הטלואים מהעדר המשותף, למרות העובדה שזו האסטרטגיה הגרועה ביותר, אבל הציג את בני הצאן הטלואים במקום המקלות, מאותה סיבה, ויחד עם זה לא הפסיק להשתמש במקלות. הוא גם דאג להפעיל את התחבולה רק לפני בני הצאן "המקושרים" - קרי החזקים - ולא לפני "העטופים" - החלשים. ברור שבצורה הזאת אין כל סיבה שיעקב יתעשר. אבל אז הקב"ה התערב. מלאכיו הביאו לעדר המשותף בני צאן טלואים, יהיה מקורם אשר יהיה, ובצורה הזאת עדרו של יעקב התרבה. הקב"ה ידע את חוקי מנדל, בעוד שליעקב אבינו עמדו לרשותו ניסיון רב ואמונות רווחות בזמנו בלבד. והמסר חד-משמעי: על האדם מוטל להשתדל בפעולותיו על סמך הידע הזמין לו. אם הוא זוכה, הקב"ה יעזור לו בדרך הנכונה.

נספח 1: שיטת יהודה פליקס, הסבר מתמטי ותוצאות

בטבלה II במאמרו, פליקס חישב מה היה רווחו של יעקב על פי מספר הנחות, כדלהלן:

- (1) יעקב הכיר בחוק און-היתר, ולכן הוא מסר את ההומוזיגוטים החלקים מידי שנה ללבן.
- (2) יעקב רעה את צאן לבן במשך שבע עונות המלטה.
- (3) בפרוס ההסכם, מנה עדרו של יעקב 2000 ראש, כולם מבוגרים, חציים זכרים וחציים נקבות. מתוכם, 500 טלואים (טט), 1000 הטרוזיגוטים (חט), ו-500 הומוזיגוטים חלקים (חח).
- (4) רק מחצית מזוגות הטלואים המתבגרים ממליטים ולד אחד בעוד שכל זוג בוגרים יולד ולד אחד בעונה.
- (5) הוא גם הפריד בין הטלואים שהוא שמר לעצמו לבין יתר העדר.

על פי הכללים הנ"ל, כך יצאו החישובים:

a: כמות הומוזיגוטים חלקים (חח), חציים זכרים וחציים נקבות.

b: כמות הטרוזיגוטים (חט), חציים זכרים וחציים נקבות.

c: כמות הומוזיגוטים טלואים (טט), חציים זכרים וחציים נקבות.

בהתחלת התהליך, המצב הוא: $a_0 = 500, b_0 = 1000, c_0 = 0$, באשר יעקב מסר את כל הטלואים שהיו בהתחלה ללבן. לכן בדור הבא מתקבל:

$$a_1 = \frac{b_0}{8}, b_1 = \frac{b_0}{4}, c_1 = \frac{b_0}{8}$$

ובהמשך, כאשר לוקחים בחשבון שרק מחצית הנולדים בעונה הקודמת יולדים:

$$\forall i \geq 1 \quad a_{i+1} = \frac{b_i}{16} + \frac{\sum_{k=0}^{i-1} b_k}{8}$$

$$\forall i \geq 1 \quad b_{i+1} = \frac{b_i}{8} + \frac{\sum_{k=0}^{i-1} b_k}{4}$$

$$\forall i \geq 1 \quad c_{i+1} = \frac{c_i}{4} + \frac{\sum_{k=1}^{i-1} c_k}{2} + \frac{b_i}{16} + \frac{\sum_{k=0}^{i-1} b_k}{8}$$

על פי הנוסחאות הנ"ל, יוצא כדלהלן:

עונת המלטה	a (חח)	מצטבר	b (חט)	מצטבר	c (טט)	מצטבר
i = 0	500	500	1000	1000	0	
i = 1	125	625	250	1250	125	125
i = 2	141	766	281	1531	172	297
i = 3	174	939	348	1879	279	576
i = 4	213	1153	426	2305	431	1008
i = 5	262	1414	523	2828	657	1665
i = 6	321	1735	642	3470	989	2653
i = 7	394	2129	787	4257	1473	4127

בתום כל התקופה, יוצא שצאן יעקב מונה 4127 טלואים המהווים כ-39% מסך הכול בני הצאן

$$\frac{4127}{4127+4257+2129} = 0.3926 \text{ על פי החישוב:}$$

נספח 2: חישוב התפתחות העדר על פי אסטרטגיות שונות

נכנה: p_i : פרופורציית בני-הצאן הומוזיגוטים טלואים (טט).

q_i : פרופורציית בני-הצאן הטרוזיגוטים (חט).

r_i : פרופורציית בני-הצאן הומוזיגוטים חלקים (חח).

העיקרון המנחה הוא: כדי לקבל את הפרופורציה העדכנית, יש להכפיל את פרופורציית הזכרים המתאימים בפרופורציית הנקבות המתאימות, על פי הכלל: בהנחה כי המאורעות A, B בלתי תלויים, מתקבל $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. בהמשך, ערכתי סימולציה, כאשר בחרתי כפרופורציות ההתחלתיות את אלה של פליקס²⁷: $p_0 = 0.25, q_0 = 0.5, r_0 = 0.25$, והמשכתי עד ההמלטה העשירית.

1) אסטרטגיה ראשונה: אין כל התערבות

$$p_{i+1} = \left(p_i + \frac{q_i}{2}\right)^2$$

$$q_{i+1} = 2\left(p_i + \frac{q_i}{2}\right)\left(r_i + \frac{q_i}{2}\right)$$

$$r_{i+1} = \left(r_i + \frac{q_i}{2}\right)^2$$

אולם:

$$p_{i+2} = \left(p_{i+1} + \frac{q_{i+1}}{2}\right)^2 = \left[\left(p_i + \frac{q_i}{2}\right)^2 + \left(p_i + \frac{q_i}{2}\right)\left(r_i + \frac{q_i}{2}\right)\right]^2$$

$$= \left[\left(p_i + \frac{q_i}{2}\right)\left(p_i + \frac{q_i}{2} + r_i + \frac{q_i}{2}\right)\right]^2 = \left[\left(p_i + \frac{q_i}{2}\right)(p_i + q_i + r_i)\right]^2$$

$$= \left(p_i + \frac{q_i}{2}\right)^2 = p_{i+1}$$

בצורה דומה ניתן להוכיח כי $r_{i+2} = r_{i+1}$.

היות ו- $p_{i+2} + q_{i+2} + r_{i+2} = p_{i+1} + q_{i+1} + r_{i+1} = 1$, אזי:

$$q_{i+2} = 1 - p_{i+2} - r_{i+2} = 1 - p_{i+1} - r_{i+1} = q_{i+1}$$

במילים אחרות, יחס של כל קטגוריה נשאר קבוע מדור לדור. חוק זה מוכר כ-"עקרון הארדי-ויינברג" (Hardy-Weinberg Principle), הידוע גם כ-"שיווי משקל הארדי-ויינברג" באוכלוסייה המתרבה באופן זוויגי. לפי עיקרון זה, היחסים של כל קטגוריה גנטית באוכלוסייה נשארים קבועים מדור לדור. המודל פותח ב-1908 במקביל על ידי המתמטיקאי האנגלי גודפרי הרולד הארדי והרופא הגרמני וילהלם ויינברג באופן בלתי תלוי זה בזה.

2) אסטרטגיה שניה (טבלה I): יעקב יודע את הכלל און יתר, ומרחיק באופן שיטתי את בני הצאן הומוזיגוטים חלקים (חח).

מדובר אפוא בהסתברות מותנית, על פי הכלל: $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$, ומתקבלות הנוסחאות הבאות:

$$p_{i+1} = \left(p_i + \frac{q_i}{2}\right)^2 / (1 - r_i)^2$$

$$q_{i+1} = 2\left(p_i + \frac{q_i}{2}\right)\frac{q_i}{2} / (1 - r_i)^2$$

²⁷ ניסיתי גם פרופורציות התחלתיות אחרות, ונוכחתי לדעת שהתוצאות זהות.

$$r_{i+1} = \left(\frac{q_i}{2}\right)^2 / (1 - r_i)^2$$

והתוצאות הן כדלהלן :

Obs	p	q	r
1	0.25000	0.50000	0.25000
2	0.44444	0.44444	0.11111
3	0.56250	0.37500	0.06250
4	0.64000	0.32000	0.04000
5	0.69444	0.27778	0.02778
6	0.73469	0.24490	0.02041
7	0.76563	0.21875	0.01563
8	0.79012	0.19753	0.01235
9	0.81000	0.18000	0.01000
10	0.82645	0.16529	0.00826
11	0.84028	0.15278	0.00694

3) אסטרטגיה שלישית: יעקב אינו יודע את הכלל און יתר, ומפריד באופן שיטתי בין בני הצאן הטלואים לבין החלקים

מתקבלות הנוסחאות הבאות :

$$p_{i+1} = \frac{\left(p_i^2 + \left(\frac{q_i}{2}\right)^2\right)}{p_i^2 + (1 - p_i)^2}$$

$$q_{i+1} = 2 \left(r_i + \frac{q_i}{2}\right) \frac{q_i}{2} / (p_i^2 + (1 - p_i)^2)$$

$$r_{i+1} = \left(r_i + \frac{q_i}{2}\right)^2 / (p_i^2 + (1 - p_i)^2)$$

והתוצאות הן כדלהלן :

Obs	p	q	r
1	0.25000	0.50000	0.25000
2	0.20000	0.40000	0.40000
3	0.11765	0.35294	0.52941
4	0.05677	0.31441	0.62882
5	0.03129	0.27678	0.69194
6	0.02143	0.24464	0.73393
7	0.01610	0.21865	0.76526
8	0.01261	0.19748	0.78991
9	0.01016	0.17997	0.80987
10	0.00837	0.16527	0.82636
11	0.00702	0.15277	0.84022

4) אסטרוטגיה רביעית: יעקב יודע את הכלל און יתר, ומרחיק באופן שיטתי את בני הצאן הומוזיגוטים חלקים (חח), וגם מפריד בין בני הצאן הטלואים (טט) לבין החלקים (חט)

מתקבלות הנוסחאות הבאות:

$$p_{i+1} = \frac{\left(p_i^2 + \left(\frac{q_i}{2}\right)^2\right)}{p_i^2 + q_i^2}$$

$$q_{i+1} = 2 \left(\frac{q_i}{2}\right)^2 / (p_i^2 + q_i^2)$$

$$r_{i+1} = \left(\frac{q_i}{2}\right)^2 / (p_i^2 + q_i^2)$$

והתוצאות הן כדלהלן:

Obs	p	q	r
1	0.25000	0.50000	0.25000
2	0.40000	0.40000	0.20000
3	0.62500	0.25000	0.12500
4	0.89655	0.06897	0.03448
5	0.99559	0.00294	0.00147
6	0.99999	0.00000	0.00000
7	1.00000	0.00000	0.00000
8	1.00000	0.00000	0.00000
9	1.00000	0.00000	0.00000
10	1.00000	0.00000	0.00000
11	1.00000	0.00000	0.00000